

Minimální pokrytí teorie funkčních závislostí

Definice pojmů

- **Pokrytí**
 - Teorie F je pokrytím teorie G , pokud pro každou funkční závislost $A \Rightarrow B \in G$ platí $F \models A \Rightarrow B$.
 - Jinak zapsáno, teorie F je pokrytím teorie G , pokud $G^+ \subseteq F^+$ (kde F^+ a G^+ jsou sémantické uzávěry teorií F a G).
- **Ekvivalence teorií**
 - Teorie F a G jsou ekvivalentní, pokud $F^+ = G^+$, tedy F je pokrytím G a zároveň G je pokrytím F .
 - Z obou teorií lze odvodit stejné funkční závislosti.
- **Minimální pokrytí**
 - Minimální pokrytí teorie G je teorie F , která je ekvivalentní k G a splňuje následující podmínky:
 1. Pravé strany všech funkčních závislostí z F obsahují právě jeden atribut
 2. Levé strany všech funkčních závislostí z F jsou neredukovatelné, z žádné z nich není možné odstranit atribut tak, aby sémantický uzávěr F^+ zůstal stejný jako G^+
 3. Funkční závislosti v F nejsou redundantní, není možné odstranit některou z nich tak, aby sémantický uzávěr F^+ zůstal stejný jako G^+

Jak získat minimální pokrytí?

- Začneme s teorií F , jejíž minimální pokrytí chceme najít. Tuto teorii budeme postupně upravovat následujícím způsobem:
 1. Funkční závislosti, které mají na pravé straně více než jeden atribut rozložíme pomocí pravidla projekce na funkční závislosti s jedním atributem na pravé straně. Např. $\{AB \Rightarrow CDE\}$ se rozloží na $\{AB \Rightarrow C, AB \Rightarrow D, AB \Rightarrow E\}$.
 2. Z levých stran funkčních závislostí teorie F odstraníme přebytečné atributy. Zjištění, zda je atribut přebytečný provedeme tak, že ověříme, zda funkční závislost bez tohoto atributu stále vyplývá z teorie F . Pokud ano, daný atribut z levé strany příslušné závislosti odstraníme.
 3. Odstraníme z teorie F všechny redundantní funkční závislosti. Postupně se každou závislost pokusíme z F odstranit a ověříme, zda ji lze ze zbytku teorie odvodit. Pokud ano, odstraníme ji.
- Na pořadí kroků záleží. Pokud bychom například začali odstraňováním redundantních závislostí a poté přistoupili k redukci pravých a levých stran, dostali bychom nesprávný výsledek.
- Minimální pokrytí nemusí být jednoznačně dané. K jedné teorii může existovat více různých minimálních pokrytí. Které z nich získáme je ovlivněno tím, v jakém pořadí odstraňujeme a přebytečné atributy z levých stran a v jakém pořadí odstraňujeme redundantní závislosti.

Algoritmy

- Uzávěr atributu

```
Closure( T, A )  
  C = A  
  while E  $\Rightarrow$  F in T where E  $\subseteq$  C  
    C = C  $\cup$  F  
    T = T - { E  $\Rightarrow$  F }  
  return C
```

- Přijímá teorii T a množinu atributů A, vrací uzávěr atributu $[A]_T$

- Odvoditelnost závislosti z teorie

```
Member( T, A  $\Rightarrow$  B )  
  if B  $\subseteq$  Closure( T, A )  
    return True  
  else  
    return False
```

- Přijímá teorii T a funkční závislost $A \Rightarrow B$, vrací True, pokud $T \models A \Rightarrow B$, jinak vrací False.

- Rozdělení pravých stran

```
Split-right( T )  
  S = T  
  foreach  $\alpha \Rightarrow \beta$  in T  
    S = S - {  $\alpha \Rightarrow \beta$  }  
    foreach A in  $\beta$   
      S = S  $\cup$  {  $\alpha \Rightarrow A$  }  
  return S
```

- Přijímá teorii T, vrací ekvivalentní teorii, ve které mají všechny funkční závislosti na pravé straně právě jeden atribut.

- Redukce levých stran

```
Reduce-left( T )  
  S = T  
  foreach  $\alpha \Rightarrow \beta$  in T  
    foreach A in  $\alpha$   
      if Member( S, {  $\alpha - A$  }  $\Rightarrow \beta$  )  
        S = ( S - {  $\alpha \Rightarrow \beta$  } )  $\cup$  { {  $\alpha - A$  }  $\Rightarrow \beta$  }  
  return S
```

- Přijímá teorii T, vrací ekvivalentní teorii, ve které všechny funkční závislosti na levé straně nemají žádné přebytečné atributy.

- Odstranění redundantních závislostí

```

Remove-redundancy( T )
  S = T
  foreach  $\alpha \Rightarrow \beta$  in T
    if Member( S - {  $\alpha \Rightarrow \beta$  },  $\alpha \Rightarrow \beta$  )
      S = S - {  $\alpha \Rightarrow \beta$  }
  return S

```

- Přijímá teorii T, vrací ekvivalentní teorii, ve které nejsou redundantní funkční závislosti.

- Minimalizace

```

Minimize( T )
  return Remove-redundancy( Reduce-left( Split-right( T )) )

```

- Přijímá teorii T, vrací minimální pokrytí teorie T.

Zdroje

- Date C.J. - An Introduction to Database Systems, eighth edition, Pearson Addison Wesley, 2004 a
- Maier D. - The theory of relational databases, Rockville, Md. : Computer Science Press, 1983
- en.wikipedia.org/wiki/Functional_dependency#Covers_and_equivalence
- www.csee.umbc.edu/~pmundur/courses/CMSC661-05/Minimal-cover-example.pdf
- www.ksi.mff.cuni.cz/~svoboda/courses/2016-2-B0B36DBS/lectures/Lecture-03-Functional-Dependencies.pdf
- stackoverflow.com/questions/10284004/minimal-cover-and-functional-dependencies
- zápisy z přednášek a cvičení