

3. Projekce a spojení

verze z 7. října 2024

1 Projekce

Začneme motivací. Vezměme relaci:

| title | year |
|-----------------|------|
| American Beauty | 1999 |
| The Matrix | 1999 |
| Titanic | 1997 |

danou vlastností: „Film `title` vyšel roku `year`.“ Chceme získat relaci danou vlastností: „Roku `year` vyšel nějaký film.“ Tedy relaci:

| year |
|------|
| 1999 |
| 1997 |

Uvažujme relační schéma S_1 a množinu $S_2 \subseteq S_1$. Jistě také S_2 je relační schéma. Pro n -tici t nad S_1 nazveme množinu

$$t(S_2) = \{\langle y, t(y) \rangle \mid y \in S_2\}$$

projekcí n -tice t na S_2 . Jistě $t(S_2)$ je n -tice nad S_2 . Například pro

$$t = \{\langle \text{title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle\}$$

a $S_2 = \{\text{year}\}$ je $t(S_2) = \{\langle \text{year}, 1999 \rangle\}$, což je n -tice nad $\{\text{year}\}$.

Projekce relace R nad S_1 na S_2 je množina

$$\pi_{S_2}(R) = \{t(S_2) \mid t \in R\}.$$

Věta 1. *Projekce $\pi_{S_2}(R)$ relace R na S_2 je relací na S_2 .*

Důkaz: $\pi_{S_2}(R)$ je tvořena projekcemi n -tic $r \in R$ na S_2 , které jsou n -ticemi nad S_2 . Konečnost množiny $\pi_{S_2}(R)$ plyne z konečnosti množiny R . \square

Odvodíme charakteristickou vlastnost projekce. Nechť $V_1(t_1)$ je charakteristická vlastnost relace R . Přeformulujeme projekci relace tak, aby z ní byla lépe čitelná charakteristická vlastnost:

$$\begin{aligned} \pi_{S_2}(R) &= \{t(S_2) \mid t \in R\} \\ &= \{t_2 \in \text{Tuple}(S_2) \mid \text{existuje } t_1 \in \text{Tuple}(S_1) \text{ tak, že } t_1 \in R \text{ a } t_1(S_2) = t_2\} \end{aligned}$$

Nyní si stačí uvědomit, že $t_1 \in R$ je ekvivalentní s $V_1(t_1)$ a dostáváme, že charakteristická vlastnost relace $\pi_{S_2}(R)$ je vlastnost $V_2(t_2)$ rovna: „Existuje $t_1 \in \text{Tupl}(S_1)$ takové, že $V_1(t_1)$ a $t_1(S_2) = t_2$.“

Například pro:

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\text{title}, \text{year}\}, \\ R &= \{ \langle \text{title}, \text{'American Beauty'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ &\quad \{ \langle \text{title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ &\quad \{ \langle \text{title}, \text{'Titanic'} \rangle, \langle \text{year}, 1997 \rangle \}, \\ S_2 &= \{\text{year}\} \end{aligned}$$

je:

$$\begin{aligned} \pi_{S_2}(R) &= \{t(S_2) \mid t \in R\} \\ &= \{ \langle \text{year}, 1999 \rangle, \langle \text{year}, 1997 \rangle \}. \end{aligned}$$

Charakteristická vlastnost R je: „Film `title` vyšel roku `year`.“ Charakteristická vlastnost $V_2(t_2)$ relace $\pi_{S_2}(R)$ je:

„Existuje n -tice $t_1 \in \text{Tupl}(\{\text{title}, \text{year}\})$ taková, že film $t_1(\text{title})$ vyšel roku $t_1(\text{year})$ a $t_1(\text{year}) = t_2(\text{year})$.“

vlastnost můžeme upravit na:

„Existuje $t_1 \in \text{Tupl}(\{\text{title}\})$ taková, že film $t_1(\text{title})$ vyšel roku $t_2(\text{year})$.“

Bez ztráty jednoznačnosti můžeme vynechat proměnné t_1 a t_2 a psát jen:

„Existuje `title` takový, že film `title` vyšel roku `year`.“

Předchozí můžeme úsporněji vyjádřit jako:

„Roku `year` vyšel nějaký film.“

Vezměme si relační výraz *expression* nad S_1 a $S_2 = \{y_1, \dots, y_n\} \subseteq S_1$. Pak výraz

```
( SELECT DISTINCT  $y_1, \dots, y_n$ 
  FROM   expression )
```

nazveme **výrazem projekce**. Hodnota výrazu projekce je $\pi_{S_2}(R)$, kde R je hodnota výrazu *expression*. Pořadí atributů určené výrazem projekce je y_1, \dots, y_n .

Například vezměme relační proměnnou `movie` danou vlastností: „Film `title` vyšel roku `year`.“ s hodnotou:

| title | year |
|-----------------|------|
| American Beauty | 1999 |
| The Matrix | 1999 |
| Titanic | 1997 |

Hodnota výrazu:

```
SELECT DISTINCT year
FROM ( TABLE movie )
```

je relace:

| year |
|------|
| 1999 |
| 1997 |

2 Spojení

Pro motivaci uvažujme relaci R_1 danou vlastností: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title`.“ s hodnotou:

| actor_name | movie_title |
|--------------|-------------|
| Keanu Reeves | The Matrix |
| Keanu Reeves | Dracula |
| Gary Oldman | Dracula |

a relaci R_2 danou vlastností: „Film `movie_title` byl vydán v roce `movie_year`.“ s hodnotou:

| movie_title | movie_year |
|-------------|------------|
| The Matrix | 1999 |
| Dracula | 1992 |
| Dune | 1984 |

Chceme získat relaci danou vlastností: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title` vydaném v roce `movie_year`.“ Tedy relaci:

| actor_name | movie_title | movie_year |
|--------------|-------------|------------|
| Keanu Reeves | The Matrix | 1999 |
| Keanu Reeves | Dracula | 1992 |
| Gary Oldman | Dracula | 1992 |

Obecně vezměme relaci R_1 nad S_1 a relaci nad S_2 . Pak množinu

$$R_1 \bowtie R_2 = \{t \in \text{Tupl}(S_1 \cup S_2) \mid t(S_1) \in R_1 \text{ a } t(S_2) \in R_2\}$$

nazveme **spojení** relací R_1 a R_2 .

Věta 2. *Spojení $R_1 \bowtie R_2$ relací R_1 a R_2 je relace nad $S_1 \cup S_2$.*

Důkaz: Z konstrukce vyplývá, že množinu $R_1 \bowtie R_2$ tvoří n -tice nad $S_1 \cup S_2$. Konečnost množiny $R_1 \bowtie R_2$ je důsledkem konečností množin R_1 i R_2 . \square

Spojení relací můžeme také definovat následujícím způsobem. Dvě n -tice t_1 je nad S_1 a t_2 je nad S_2 nazveme **spojitelné**, jestliže $t_1(S_1 \cap S_2) = t_2(S_1 \cap S_2)$. Například n -tice:

$$\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle\}$$

jsou spojitelné, ale n -tice:

$$\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie_title}, 'Dune' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1984 \rangle\}$$

spojitelné nejsou.

Vezměme spojitelné n -tice t_1 a t_2 , pak **spojením n -tic** t_1 a t_2 myslíme množinu

$$t_1 t_2 = t_1 \cup t_2.$$

Jistě spojením spojitelných n -tic je n -tice nad $S_1 \cup S_2$.

Například spojením n -tic:

$$\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle\}$$

obdržíme n -tici:

$$\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle\}.$$

Nyní platí:

$$R_1 \bowtie R_2 = \{t_1 t_2 \mid t_1 \in R_1 \text{ a } t_2 \in R_2 \text{ a } t_1 \text{ a } t_2 \text{ jsou spojitelné}\}.$$

Pokud jsou S_1 a S_2 disjunktní, nazýváme spojení $R_1 \bowtie R_2$ (**kartézský součin**) a značíme též $R_1 \times R_2$.

Pokud $V_1(t)$ a $V_2(t)$ jsou postupně charakteristické vlastnosti relací R_1 a R_2 , pak charakteristická vlastnost relace $R_1 \bowtie R_2$ je „ $V_1(t)$ a $V_2(t)$ “.

Například vezměme schémata $S_1 = \{\text{actor_name}, \text{movie_title}\}$ a $S_2 = \{\text{movie_title}, \text{movie_year}\}$ a relace z motivačního příkladu:

$$R_1 = \{\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'Dracula' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{actor_name}, 'Gary Oldman' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'Dracula' \rangle\}\},$$

$$R_2 = \{\{\langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie_title}, 'Dracula' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1992 \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie_title}, 'Dune' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1984 \rangle\}\}$$

pak:

$$R_1 \bowtie R_2 = \{t \in \text{Tupl}(S_1 \cup S_2) \mid t(S_1) \in R_1 \text{ a } t(S_2) \in R_2\} =$$
$$\{\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle\},$$
$$\{\langle \text{actor_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'Dracula' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1992 \rangle\},$$
$$\{\langle \text{actor_name}, 'Gary Oldman' \rangle, \langle \text{movie_title}, 'Dracula' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1992 \rangle\}\}.$$

Charakteristickou vlastnost relace $R_1 \bowtie R_2$:

„Herec actor_name hrál ve filmu movie_title a film movie_title byl vydán v roce movie_year.“

můžeme zjednodušit na:

„Herec actor_name hrál ve filmu movie_title vydaném v roce movie_year.“

Vezměme relační výraz *expression1* nad S_1 a *expression2* nad S_2 . Pak relační výraz:

```
( SELECT *
  FROM   expression1
 NATURAL JOIN expression2 )
```

nazveme **výrazem spojení**. Pořadí atributů je takové, že nejprve jsou uvedeny atributy z $S_1 \cap S_2$ a poté atributy $S_1 - S_2$ v pořadí výrazu *expression1* a poté zbývající atributy z $S_2 - S_1$ v pořadí určeném výrazem *expression2*. Hodnotou výrazu je $R_1 \bowtie R_2$, kde R_1 je hodnota výrazu *expression1* a R_2 je hodnota výrazu *expression2*.

Uvažujme například relační proměnnou *movie_cast* danou vlastností: „Herec actor_name hrál ve filmu movie_title.“ s hodnotou:

| actor_name | movie_title |
|--------------|-------------|
| Keanu Reeves | The Matrix |
| Keanu Reeves | Dracula |
| Gary Oldman | Dracula |

a relační proměnnou *movie* danou vlastností: „Film movie_title byl vydán v roce movie_year.“ s hodnotou:

| movie_title | movie_year |
|-------------|------------|
| The Matrix | 1999 |
| Dracula | 1992 |
| Dune | 1984 |

Pak výraz:

```
SELECT * FROM ( TABLE movie_cast )
NATURAL JOIN ( TABLE movie )
```

má charakteristickou vlastnost: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title` vydaném v roce `movie_year`.“ a hodnotu:

| actor_name | movie_title | movie_year |
|--------------|-------------|------------|
| Keanu Reeves | The Matrix | 1999 |
| Keanu Reeves | Dracula | 1992 |
| Gary Oldman | Dracula | 1992 |

Následující věta ukazuje na to, že průnik relací je speciálním případem spojení relací.

Věta 3. *Pokud $S_1 = S_2$, pak $R_1 \bowtie R_2 = R_1 \cap R_2$.*

Důkaz: Z $S_1 = S_2$ plyne, že R_2 je relace nad S_1 a i $R_1 \bowtie R_2$ je relace nad S_1 .

Pro libovolnou n -tici t nad S_1 máme $t \in R_1 \bowtie R_2$, právě když $t(R_1) \in R_1$ a $t(R_1) \in R_2$, právě když $t \in R_1$ a $t \in R_2$, právě když $t \in R_1 \cap R_2$. \square

3 Přejmenování

Jako motivaci se podívejme na relaci R_1 :

| actor_name | movie_title |
|--------------|-------------|
| Keanu Reeves | The Matrix |
| Keanu Reeves | Dracula |
| Gary Oldman | Dracula |

danou vlastností: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title`.“ a relaci R_2 :

| title | year |
|-----------------|------|
| American Beauty | 1999 |
| The Matrix | 1999 |
| Titanic | 1997 |

danou vlastností: „Film `title` vyšel roku `year`.“

Spojením relací $R_1 \bowtie R_2$ obdržíme relaci:

| actor_name | movie_title | title | year |
|--------------|-------------|-----------------|------|
| Keanu Reeves | The Matrix | American Beauty | 1999 |
| Keanu Reeves | Dracula | American Beauty | 1999 |
| Gary Oldman | Dracula | American Beauty | 1999 |
| Keanu Reeves | The Matrix | The Matrix | 1999 |
| Keanu Reeves | Dracula | The Matrix | 1999 |
| Gary Oldman | Dracula | The Matrix | 1999 |
| Keanu Reeves | The Matrix | Titanic | 1997 |
| Keanu Reeves | Dracula | Titanic | 1997 |
| Gary Oldman | Dracula | Titanic | 1997 |

s charakteristickou vlastností „Herec actor_name hrál ve filmu movie_title a film title vyšel roku year.“

Všimněme si, že jsme spočítali součin relací R_1 a R_2 . Pokud bychom chtěli relace spojit přes název filmu, musíme změnit schéma jedné z relací tak, aby průnik schémat nebyla prázdná množina. Například můžeme chtít změnit druhou relaci na:

| movie_title | movie_year |
|-----------------|------------|
| American Beauty | 1999 |
| The Matrix | 1999 |
| Titanic | 1997 |

Bijekce $h : S_1 \rightarrow S_2$ z relačního schématu S_1 na relační schéma S_2 , která splňuje, že $D_y = D_{h(y)}$ pro každé $y \in S_1$ se nazývá **přejmenování atributů**. Například pro $S_1 = \{\text{title}, \text{year}\}$ a $S_2 = \{\text{movie_title}, \text{movie_year}\}$ je $h = \{\langle \text{title}, \text{movie_title} \rangle, \langle \text{year}, \text{movie_year} \rangle\}$ přejmenování atributů.

Necht je $h : S_1 \rightarrow S_2$ přejmenování atributů a t je n -tice nad S_1 . Pak **přejmenování n -tice t** podle h je množina

$$\rho_h(t) = \{\langle h(y), v \rangle \mid \langle y, v \rangle \in t\}.$$

Jistě platí, že přejmenování $\rho_h(t)$ n -tice t podle h je n -tici nad S_2 . Například pro výše uvedené h a n -tici $t = \{\langle \text{title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle\}$ je $\rho_h(t) = \{\langle \text{movie_title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle\}$.

Přejmenování relace R nad S_1 podle h je množina

$$\rho_h(R) = \{\rho_h(t) \mid t \in R\}.$$

Jednoduše nahlédneme, že přejmenování $\rho_h(R)$ relace R podle h je relací nad S_2 . Předpokládejme, že $S_1 = \{y_1, \dots, y_n, x_1, \dots, x_m\}$, kde $h(x_i) = x_i$ pro každé $1 \leq i \leq m$. Pak $\rho_h(R)$ můžeme značit $\rho_{h(y_1) \leftarrow y_1, \dots, h(y_n) \leftarrow y_n}(R)$.

Vezměme charakteristickou vlastnost $V_1(t_1)$ relace R . Pak charakteristická vlastnost $V_2(t_2)$ relace $\rho_h(\mathcal{D})$ je „ $V_1(h^{-1}(t_2))$ “, kde h^{-1} je inverzní zobrazení k h .

Například pro:

$$R = \{ \{ \langle \text{title}, 'American Beauty' \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{title}, 'Titanic' \rangle, \langle \text{year}, 1997 \rangle \} \}, \\ h = \{ \langle \text{title}, \text{movie_title} \rangle, \langle \text{year}, \text{movie_year} \rangle \}$$

je:

$$\rho_h(R) = \{ \rho_h(t) \mid t \in R \} \\ = \{ \{ \langle \text{movie_title}, 'American Beauty' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{movie_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{movie_title}, 'Titanic' \rangle, \langle \text{movie_year}, 1997 \rangle \} \}.$$

Přejmenování $\rho_h(R)$ můžeme značit i $\rho_{\text{movie_title} \leftarrow \text{title}, \text{movie_year} \leftarrow \text{year}}(R)$. Charakteristická vlastnost $\rho_h(\mathcal{D})$ je „Film `movie_title` vyšel roku `movie_year`.“

Mějme relační výraz *expression* nad $S_1 = \{y_1, \dots, y_n\}$ a přejmenování atributů $h: S_1 \rightarrow S_2$. Pak relační výraz:

```
( SELECT  $y_1$  AS  $h(y_1)$ , ...,  $y_n$  AS  $h(y_n)$ 
  FROM   expression )
```

nazýváme **výrazem přejmenování**. Hodnotou výrazu přejmenování je $\rho_h(R)$, kde R je hodnota výrazu *expression*. Výraz přejmenování určuje pořadí atributů $h(y_1), \dots, h(y_n)$.

Například pro základní relaci `movie` danou: „Film `title` vyšel roku `year`.“ s hodnotou:

| title | year |
|-----------------|------|
| American Beauty | 1999 |
| The Matrix | 1999 |
| Titanic | 1997 |

má výraz:

```
SELECT title AS movie_title, year AS movie_year
FROM ( TABLE movie )
```

charakteristickou vlastnost: „Film `movie_title` vyšel roku `movie_year`.“ a hodnotu:

| movie_title | movie_year |
|-----------------|------------|
| American Beauty | 1999 |
| The Matrix | 1999 |
| Titanic | 1997 |

4 Změna n -tic

Vezměme relační proměnnou *relation* a podmínku θ nad S_1 a n -tici $t = \{\langle y_1, d_1 \rangle, \dots, \langle y_n, d_n \rangle\}$ nad $S_2 \subseteq S_1$. Poté se příkaz

```
UPDATE relation
SET     $y_1 = d_1, \dots, y_n = d_n$ 
WHERE condition;
```

vykoná tak, že nastaví hodnotu proměnné *relation* na

$$\sigma_{-\theta}(R) \cup (\pi_{S_1-S_2}(\sigma_{\theta}(R)) \times \{t\}).$$

Aby v SQL tabulce v proměnné *relation* nebyly duplicity, musí před změnou n -tic platit, že $|\sigma_{\theta}(R)| = |\pi_{S_1-S_2}(\sigma_{\theta}(R))|$, kde $|\cdot|$ značí počet prvků množiny.

Například uvažujme proměnnou *movie* danou vlastností: „Film *title* hodnotím *stars* hvězdičkami.“ s hodnotou R :

| title | stars |
|-----------------|-------|
| American Beauty | 3 |
| Blue Velvet | 4 |
| Eraserhead | 2 |

Poté příkaz:

```
UPDATE movie SET stars = 4 WHERE title = 'Eraserhead';
```

nastaví hodnotu proměnné *movie* na:

| title | stars |
|-----------------|-------|
| American Beauty | 3 |
| Blue Velvet | 4 |
| Eraserhead | 4 |

Protože $\sigma_{\text{title}='Eraserhead'}(R)$:

| title | stars |
|-----------------|-------|
| American Beauty | 3 |
| Blue Velvet | 4 |

a $\pi_{\{\text{title}\}}(\sigma_{\text{title}='Eraserhead'}(R))$:

| title |
|------------|
| Eraserhead |

Otázky a úkoly na cvičení

- Uvažujme relaci R_1 danou vlastností „Herec `actor_name` narozený v roce `actor_born` hrál ve filmu `movie_title`.“ a relaci R_2 danou vlastností „Režisér `directory_name` natočil film `movie_title`“. Pomocí relačních operací vytvořte relace, které mají následující charakteristické vlastnosti.
 - „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title`.“
 - „V roce `year` se narodil nějaký herec.“
 - „Herec `actor_name` se narodil v roce 1958.“
 - „Herec `actor_name` hrál ve filmu natočeném režisérem `directory_name`.“
 - „Režisér `directory_name` si zahrál v nějakém filmu.“
 - „Režisér `directory_name` si zahrál ve svém filmu.“
 - „Herci `actor_name1` a `actor_name2` si zahráli ve stejném filmu.“
- Napište výrazy v SQL, které budou mít charakteristické vlastnosti z prvního úkolu. První relace bude v proměnné `actor_cast` a druhá v proměnné `director`.
- Napište charakteristické vlastnosti následujících relací. Relace R_1 a R_2 jsou vzaty z prvního úkolu.
 - $\pi_{\{\text{directory_name}\}}(R_2)$
 - $\pi_{\{\text{directory_name}, \text{actor_born}\}}(R_1 \bowtie R_2)$
 - $\pi_{\{\text{actor_name}, \text{movie_title}\}}(R_1) \bowtie R_2$
 - $\pi_{\{\text{movie_title}, \text{movie_title2}\}}(\rho_{\text{movie_title2} \leftarrow \text{movie_title}}(R_2) \bowtie R_2)$
 - $\pi_{\{\text{actor_name}\}}(\sigma_{\text{director_name} = \text{'David Lynch'}}(R_1 \bowtie R_2))$
- Napište charakteristické vlastnosti následujících SQL výrazů. Proměnné jsme si půjčili z druhého úkolu.
 -

```
SELECT DISTINCT actor_name FROM ( TABLE actor_cast )
```

(b)

```
SELECT * FROM ( TABLE actor_cast )
NATURAL JOIN ( TABLE director )
```

(c)

```
SELECT actor_name AS name,
       actor_born AS born,
       movie_title AS movie_title
FROM ( TABLE actor_cast )
```

(d)

```
SELECT DISTINCT movie_title
FROM ( SELECT *
      FROM ( TABLE actor_cast )
      WHERE actor_born = 1964 )
```

5. Vymezme si část reality určenou vlastněnými filmy a herci, kteří nás zajímají. Položme relaci R_1 z prvního příkladu rovnu:

| actor_name | actor_born | movie_title |
|--------------|------------|---------------|
| Keanu Reeves | 1964 | The Matrix |
| Keanu Reeves | 1964 | Dracula |
| Gary Oldman | 1958 | Dracula |
| Terry Jones | 1942 | Life of Brian |
| David Lynch | 1946 | The Fabelmans |

a relaci R_2 rovnu:

| director_name | movie_title |
|------------------|------------------|
| David Lynch | The Elephant Man |
| David Lynch | Blue Velvet |
| Federico Fellini | La Dolce Vita |
| Steven Spielberg | The Fabelmans |
| Terry Jones | Life of Brian |

Zakreslete tabulkou všechny relace z prvního a třetího úkolu. Určete hodnoty všech výrazů ze čtvrtého úkolu.

6. Co můžeme být výsledkem projekce relace na prázdnou množinu?
7. Dokažte, že projekce n -tice t nad S_1 na S_2 je n -tice nad S_2 .
8. Dokažte, že spojení spojitelných n -tic t_1 nad S_1 a t_2 nad S_2 je n -tice nad $S_1 \cup S_2$.
9. Ukažte, že obecně $t_1 \cup t_2$, kde t_1 a t_2 jsou libovolné n -tice, nemusí být n -tice.
10. Dokažte, že pro libovolné relace R_1 a R_2 platí $R_1 \bowtie R_2 = \{t_1 t_2 \mid t_1 \in R_1 \text{ a } t_2 \in R_2 \text{ a } t_1 \text{ a } t_2 \text{ jsou spojitelné}\}$.
11. Dokažte, že přejmenování n -tice t nad S_1 podle h je n -ticí nad S_2 , kde $h : S_1 \rightarrow S_2$ je přejmenování atributů.
12. Dokažte, že přejmenování relace R nad S_1 podle h je relací nad S_2 , kde $h : S_1 \rightarrow S_2$ je přejmenování atributů.