

Databáze ◊ poznámky k přednášce

### 3. Projekce a spojení

verze z 7. října 2024

## 1 Projekce

Začneme motivací. Vezměme relaci:

title	year
American Beauty	1999
The Matrix	1999
Titanic	1997

danou vlastností: „Film `title` vyšel roku `year`.“ Chceme získat relaci danou vlastností: „Roku `year` vyšel nějaký film.“ Tedy relaci:

year
1999
1997

Uvažujme relační schéma  $S_1$  a množinu  $S_2 \subseteq S_1$ . Jistě také  $S_2$  je relační schéma. Pro  $n$ -tici  $t$  nad  $S_1$  nazveme množinu

$$t(S_2) = \{\langle y, t(y) \rangle \mid y \in S_2\}$$

**projekcí  $n$ -tice  $t$**  na  $S_2$ . Jistě  $t(S_2)$  je  $n$ -tice nad  $S_2$ . Například pro

$$t = \{\langle \text{title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle\}$$

a  $S_2 = \{\text{year}\}$  je  $t(S_2) = \{\langle \text{year}, 1999 \rangle\}$ , což je  $n$ -tice nad  $\{\text{year}\}$ .

**Projekce relace  $R$**  nad  $S_1$  na  $S_2$  je množina

$$\pi_{S_2}(R) = \{t(S_2) \mid t \in R\}.$$

**Věta 1.** *Projekce  $\pi_{S_2}(R)$  relace  $R$  na  $S_2$  je relací na  $S_2$ .*

*Důkaz:*  $\pi_{S_2}(R)$  je tvořena projekcemi  $n$ -tic  $r \in R$  na  $S_2$ , které jsou  $n$ -ticemi nad  $S_2$ . Konečnost množiny  $\pi_{S_2}(R)$  plyne z konečnosti množiny  $R$ .  $\square$

Odvodíme charakteristickou vlastnost projekce. Nechť  $V_1(t_1)$  je charakteristická vlastnost relace  $R$ . Přeformulujeme projekci relace tak, aby z ní byla lépe čitelná charakteristická vlastnost:

$$\begin{aligned} \pi_{S_2}(R) &= \{t(S_2) \mid t \in R\} \\ &= \{t_2 \in \text{Tupl}(S_2) \mid \text{existuje } t_1 \in \text{Tupl}(S_1) \text{ tak, že } t_1 \in R \text{ a } t_1(S_2) = t_2\} \end{aligned}$$

Nyní si stačí uvědomit, že  $t_1 \in R$  je ekvivalentní s  $V_1(t_1)$  a dostáváme, že charakteristická vlastnost relace  $\pi_{S_2}(R)$  je vlastnost  $V_2(t_2)$  rovna: „Existuje  $t_1 \in \text{Tupl}(S_1)$  takové, že  $V_1(t_1)$  a  $t_1(S_2) = t_2$ .“

Například pro:

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\text{title}, \text{year}\}, \\ R &= \{ \langle \text{title}, \text{'American Beauty'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ &\quad \{ \langle \text{title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ &\quad \{ \langle \text{title}, \text{'Titanic'} \rangle, \langle \text{year}, 1997 \rangle \}, \\ S_2 &= \{\text{year}\} \end{aligned}$$

je:

$$\begin{aligned} \pi_{S_2}(R) &= \{t(S_2) \mid t \in R\} \\ &= \{ \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \{ \langle \text{year}, 1997 \rangle \}. \end{aligned}$$

Charakteristická vlastnost  $R$  je: „Film `title` vyšel roku `year`.“ Charakteristická vlastnost  $V_2(t_2)$  relace  $\pi_{S_2}(R)$  je:

„Existuje  $n$ -tice  $t_1 \in \text{Tupl}(\{\text{title}, \text{year}\})$  taková, že film  $t_1(\text{title})$  vyšel roku  $t_1(\text{year})$  a  $t_1(\text{year}) = t_2(\text{year})$ .“

vlastnost můžeme upravit na:

„Existuje  $t_1 \in \text{Tupl}(\{\text{title}\})$  taková, že film  $t_1(\text{title})$  vyšel roku  $t_2(\text{year})$ .“

Bez ztráty jednoznačnosti můžeme vynechat proměnné  $t_1$  a  $t_2$  a psát jen:

„Existuje `title` takový, že film `title` vyšel roku `year`.“

Předchozí můžeme úsporněji vyjádřit jako:

„Roku `year` vyšel nějaký film.“

Vezměme si relační výraz *expression* nad  $S_1$  a  $S_2 = \{y_1, \dots, y_n\} \subseteq S_1$ . Pak výraz

```
( SELECT DISTINCT  $y_1, \dots, y_n$ 
  FROM   expression )
```

nazveme **výrazem projekce**. Hodnota výrazu projekce je  $\pi_{S_2}(R)$ , kde  $R$  je hodnota výrazu *expression*. Pořadí atributů určené výrazem projekce je  $y_1, \dots, y_n$ .

Například vezměme relační proměnnou `movie` danou vlastností: „Film `title` vyšel roku `year`.“ s hodnotou:

title	year
American Beauty	1999
The Matrix	1999
Titanic	1997

Hodnota výrazu:

```
SELECT DISTINCT year
FROM ( TABLE movie )
```

je relace:

year
1999
1997

## 2 Spojení

Pro motivaci uvažujme relaci  $R_1$  danou vlastností: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title`.“ s hodnotou:

actor_name	movie_title
Keanu Reeves	The Matrix
Keanu Reeves	Dracula
Gary Oldman	Dracula

a relaci  $R_2$  danou vlastností: „Film `movie_title` byl vydán v roce `movie_year`.“ s hodnotou:

movie_title	movie_year
The Matrix	1999
Dracula	1992
Dune	1984

Chceme získat relaci danou vlastností: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title` vydaném v roce `movie_year`.“ Tedy relaci:

actor_name	movie_title	movie_year
Keanu Reeves	The Matrix	1999
Keanu Reeves	Dracula	1992
Gary Oldman	Dracula	1992

Obecně vezměme relaci  $R_1$  nad  $S_1$  a relaci nad  $S_2$ . Pak množinu

$$R_1 \bowtie R_2 = \{t \in \text{Tupl}(S_1 \cup S_2) \mid t(S_1) \in R_1 \text{ a } t(S_2) \in R_2\}$$

nazveme **spojení** relací  $R_1$  a  $R_2$ .

**Věta 2.** *Spojení  $R_1 \bowtie R_2$  relací  $R_1$  a  $R_2$  je relace nad  $S_1 \cup S_2$ .*

*Důkaz:* Z konstrukce vyplývá, že množinu  $R_1 \bowtie R_2$  tvoří  $n$ -tice nad  $S_1 \cup S_2$ . Konečnost množiny  $R_1 \bowtie R_2$  je důsledkem konečností množin  $R_1$  i  $R_2$ .  $\square$

Spojení relací můžeme také definovat následujícím způsobem. Dvě  $n$ -tice  $t_1$  je nad  $S_1$  a  $t_2$  je nad  $S_2$  nazveme **spojitelné**, jestliže  $t_1(S_1 \cap S_2) = t_2(S_1 \cap S_2)$ . Například  $n$ -tice:

$$\{\langle \text{actor\_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle\}$$

jsou spojitelné, ale  $n$ -tice:

$$\{\langle \text{actor\_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie\_title}, 'Dune' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1984 \rangle\}$$

spojitelné nejsou.

Vezměme spojitelné  $n$ -tice  $t_1$  a  $t_2$ , pak **spojením  $n$ -tic**  $t_1$  a  $t_2$  myslíme množinu

$$t_1 t_2 = t_1 \cup t_2.$$

Jistě spojením spojitelných  $n$ -tic je  $n$ -tice nad  $S_1 \cup S_2$ .

Například spojením  $n$ -tic:

$$\{\langle \text{actor\_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle\}$$

obdržíme  $n$ -tici:

$$\{\langle \text{actor\_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle\}.$$

Nyní platí:

$$R_1 \bowtie R_2 = \{t_1 t_2 \mid t_1 \in R_1 \text{ a } t_2 \in R_2 \text{ a } t_1 \text{ a } t_2 \text{ jsou spojitelné}\}.$$

Pokud jsou  $S_1$  a  $S_2$  disjunktní, nazýváme spojení  $R_1 \bowtie R_2$  (**kartézský součin**) a značíme též  $R_1 \times R_2$ .

Pokud  $V_1(t)$  a  $V_2(t)$  jsou postupně charakteristické vlastnosti relací  $R_1$  a  $R_2$ , pak charakteristická vlastnost relace  $R_1 \bowtie R_2$  je „ $V_1(t)$  a  $V_2(t)$ “.

Například vezměme schémata  $S_1 = \{\text{actor\_name}, \text{movie\_title}\}$  a  $S_2 = \{\text{movie\_title}, \text{movie\_year}\}$  a relace z motivačního příkladu:

$$R_1 = \{\{\langle \text{actor\_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{actor\_name}, 'Keanu Reeves' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'Dracula' \rangle\},$$

$$\{\langle \text{actor\_name}, 'Gary Oldman' \rangle, \langle \text{movie\_title}, 'Dracula' \rangle\}\},$$

$$R_2 = \{\{\langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie\_title}, 'Dracula' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1992 \rangle\},$$

$$\{\langle \text{movie\_title}, 'Dune' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1984 \rangle\}\}$$

pak:

$$R_1 \bowtie R_2 = \{t \in \text{Tupl}(S_1 \cup S_2) \mid t(S_1) \in R_1 \text{ a } t(S_2) \in R_2\} =$$
$$\{\{\langle \text{actor\_name}, \text{'Keanu Reeves'} \rangle, \langle \text{movie\_title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle\},$$
$$\{\langle \text{actor\_name}, \text{'Keanu Reeves'} \rangle, \langle \text{movie\_title}, \text{'Dracula'} \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1992 \rangle\},$$
$$\{\langle \text{actor\_name}, \text{'Gary Oldman'} \rangle, \langle \text{movie\_title}, \text{'Dracula'} \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1992 \rangle\}\}.$$

Charakteristickou vlastnost relace  $R_1 \bowtie R_2$ :

„Herec actor\_name hrál ve filmu movie\_title a film movie\_title byl vydán v roce movie\_year.“

můžeme zjednodušit na:

„Herec actor\_name hrál ve filmu movie\_title vydaném v roce movie\_year.“

Vezměme relační výraz *expression1* nad  $S_1$  a *expression2* nad  $S_2$ . Pak relační výraz:

```
( SELECT *
  FROM   expression1
 NATURAL JOIN expression2 )
```

nazveme **výrazem spojení**. Pořadí atributů je takové, že nejprve jsou uvedeny atributy z  $S_1 \cap S_2$  a poté atributy  $S_1 - S_2$  v pořadí výrazu *expression1* a poté zbývající atributy z  $S_2 - S_1$  v pořadí určeném výrazem *expression2*. Hodnotou výrazu je  $R_1 \bowtie R_2$ , kde  $R_1$  je hodnota výrazu *expression1* a  $R_2$  je hodnota výrazu *expression2*.

Uvažujme například relační proměnnou movie\_cast danou vlastností: „Herec actor\_name hrál ve filmu movie\_title.“ s hodnotou:

actor_name	movie_title
Keanu Reeves	The Matrix
Keanu Reeves	Dracula
Gary Oldman	Dracula

a relační proměnnou movie danou vlastností: „Film movie\_title byl vydán v roce movie\_year.“ s hodnotou:

movie_title	movie_year
The Matrix	1999
Dracula	1992
Dune	1984

Pak výraz:

```
SELECT * FROM ( TABLE movie_cast )
NATURAL JOIN ( TABLE movie )
```

má charakteristickou vlastnost: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title` vydaném v roce `movie_year`.“ a hodnotu:

actor_name	movie_title	movie_year
Keanu Reeves	The Matrix	1999
Keanu Reeves	Dracula	1992
Gary Oldman	Dracula	1992

Následující věta ukazuje na to, že průnik relací je speciálním případem spojení relací.

**Věta 3.** *Pokud  $S_1 = S_2$ , pak  $R_1 \bowtie R_2 = R_1 \cap R_2$ .*

*Důkaz:* Z  $S_1 = S_2$  plyne, že  $R_2$  je relace nad  $S_1$  a i  $R_1 \bowtie R_2$  je relace nad  $S_1$ .

Pro libovolnou  $n$ -tici  $t$  nad  $S_1$  máme  $t \in R_1 \bowtie R_2$ , právě když  $t(R_1) \in R_1$  a  $t(R_1) \in R_2$ , právě když  $t \in R_1$  a  $t \in R_2$ , právě když  $t \in R_1 \cap R_2$ .  $\square$

### 3 Přejmenování

Jako motivaci se podívejme na relaci  $R_1$ :

actor_name	movie_title
Keanu Reeves	The Matrix
Keanu Reeves	Dracula
Gary Oldman	Dracula

danou vlastností: „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title`.“ a relaci  $R_2$ :

title	year
American Beauty	1999
The Matrix	1999
Titanic	1997

danou vlastností: „Film `title` vyšel roku `year`.“

Spojením relací  $R_1 \bowtie R_2$  obdržíme relaci:

actor_name	movie_title	title	year
Keanu Reeves	The Matrix	American Beauty	1999
Keanu Reeves	Dracula	American Beauty	1999
Gary Oldman	Dracula	American Beauty	1999
Keanu Reeves	The Matrix	The Matrix	1999
Keanu Reeves	Dracula	The Matrix	1999
Gary Oldman	Dracula	The Matrix	1999
Keanu Reeves	The Matrix	Titanic	1997
Keanu Reeves	Dracula	Titanic	1997
Gary Oldman	Dracula	Titanic	1997

s charakteristickou vlastností „Herec actor\_name hrál ve filmu movie\_title a film title vyšel roku year.“

Všimněme si, že jsme spočítali součin relací  $R_1$  a  $R_2$ . Pokud bychom chtěli relace spojit přes název filmu, musíme změnit schéma jedné z relací tak, aby průnik schémat nebyla prázdná množina. Například můžeme chtít změnit druhou relaci na:

movie_title	movie_year
American Beauty	1999
The Matrix	1999
Titanic	1997

Bijekce  $h : S_1 \rightarrow S_2$  z relačního schématu  $S_1$  na relační schéma  $S_2$ , která splňuje, že  $D_y = D_{h(y)}$  pro každé  $y \in S_1$  se nazývá **přejmenování atributů**. Například pro  $S_1 = \{\text{title}, \text{year}\}$  a  $S_2 = \{\text{movie\_title}, \text{movie\_year}\}$  je  $h = \{\langle \text{title}, \text{movie\_title} \rangle, \langle \text{year}, \text{movie\_year} \rangle\}$  přejmenování atributů.

Necht je  $h : S_1 \rightarrow S_2$  přejmenování atributů a  $t$  je  $n$ -tice nad  $S_1$ . Pak **přejmenování  $n$ -tice  $t$**  podle  $h$  je množina

$$\rho_h(t) = \{\langle h(y), v \rangle \mid \langle y, v \rangle \in t\}.$$

Jistě platí, že přejmenování  $\rho_h(t)$   $n$ -tice  $t$  podle  $h$  je  $n$ -tici nad  $S_2$ . Například pro výše uvedené  $h$  a  $n$ -tici  $t = \{\langle \text{title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle\}$  je  $\rho_h(t) = \{\langle \text{movie\_title}, \text{'The Matrix'} \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle\}$ .

**Přejmenování relace  $R$**  nad  $S_1$  podle  $h$  je množina

$$\rho_h(R) = \{\rho_h(t) \mid t \in R\}.$$

Jednoduše nahlédneme, že přejmenování  $\rho_h(R)$  relace  $R$  podle  $h$  je relací nad  $S_2$ . Předpokládejme, že  $S_1 = \{y_1, \dots, y_n, x_1, \dots, x_m\}$ , kde  $h(x_i) = x_i$  pro každé  $1 \leq i \leq m$ . Pak  $\rho_h(R)$  můžeme značit  $\rho_{h(y_1) \leftarrow y_1, \dots, h(y_n) \leftarrow y_n}(R)$ .

Vezměme charakteristickou vlastnost  $V_1(t_1)$  relace  $R$ . Pak charakteristická vlastnost  $V_2(t_2)$  relace  $\rho_h(\mathcal{D})$  je „ $V_1(h^{-1}(t_2))$ “, kde  $h^{-1}$  je inverzní zobrazení k  $h$ .

Například pro:

$$R = \{ \{ \langle \text{title}, 'American Beauty' \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{title}, 'Titanic' \rangle, \langle \text{year}, 1997 \rangle \} \}, \\ h = \{ \langle \text{title}, \text{movie\_title} \rangle, \langle \text{year}, \text{movie\_year} \rangle \}$$

je:

$$\rho_h(R) = \{ \rho_h(t) \mid t \in R \} \\ = \{ \{ \langle \text{movie\_title}, 'American Beauty' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{movie\_title}, 'The Matrix' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1999 \rangle \}, \\ \{ \langle \text{movie\_title}, 'Titanic' \rangle, \langle \text{movie\_year}, 1997 \rangle \} \}.$$

Přejmenování  $\rho_h(R)$  můžeme značit i  $\rho_{\text{movie\_title} \leftarrow \text{title}, \text{movie\_year} \leftarrow \text{year}}(R)$ . Charakteristická vlastnost  $\rho_h(\mathcal{D})$  je „Film `movie_title` vyšel roku `movie_year`.“

Mějme relační výraz *expression* nad  $S_1 = \{y_1, \dots, y_n\}$  a přejmenování atributů  $h: S_1 \rightarrow S_2$ . Pak relační výraz:

```
( SELECT y1 AS h(y1), ..., yn AS h(yn)
  FROM  expression )
```

nazýváme **výrazem přejmenování**. Hodnotou výrazu přejmenování je  $\rho_h(R)$ , kde  $R$  je hodnota výrazu *expression*. Výraz přejmenování určuje pořadí atributů  $h(y_1), \dots, h(y_n)$ .

Například pro základní relaci `movie` danou: „Film `title` vyšel roku `year`.“ s hodnotou:

title	year
American Beauty	1999
The Matrix	1999
Titanic	1997

má výraz:

```
SELECT title AS movie_title, year AS movie_year
FROM ( TABLE movie )
```

charakteristickou vlastnost: „Film `movie_title` vyšel roku `movie_year`.“ a hodnotu:

movie_title	movie_year
American Beauty	1999
The Matrix	1999
Titanic	1997



## 4 Změna $n$ -tic

Vezměme relační proměnnou *relation* a podmínku  $\theta$  nad  $S_1$  a  $n$ -tici  $t = \{\langle y_1, d_1 \rangle, \dots, \langle y_n, d_n \rangle\}$  nad  $S_2 \subseteq S_1$ . Poté se příkaz

```
UPDATE relation
SET     $y_1 = d_1, \dots, y_n = d_n$ 
WHERE  condition;
```

vykoná tak, že nastaví hodnotu proměnné *relation* na

$$\sigma_{-\theta}(R) \cup (\pi_{S_1-S_2}(\sigma_{\theta}(R)) \times \{t\}).$$

Aby v SQL tabulce v proměnné *relation* nebyly duplicity, musí před změnou  $n$ -tic platit, že  $|\sigma_{\theta}(R)| = |\pi_{S_1-S_2}(\sigma_{\theta}(R))|$ , kde  $|\cdot|$  značí počet prvků množiny.

Například uvažujme proměnnou *movie* danou vlastností: „Film *title* hodnotím *stars* hvězdičkami.“ s hodnotou  $R$ :

title	stars
American Beauty	3
Blue Velvet	4
Eraserhead	2

Poté příkaz:

```
UPDATE movie SET stars = 4 WHERE title = 'Eraserhead';
```

nastaví hodnotu proměnné *movie* na:

title	stars
American Beauty	3
Blue Velvet	4
Eraserhead	4

Protože  $\sigma_{\text{title}='Eraserhead'}(R)$ :

title	stars
American Beauty	3
Blue Velvet	4

a  $\pi_{\{\text{title}\}}(\sigma_{\text{title}='Eraserhead'}(R))$ :

title
Eraserhead

## Otázky a úkoly na cvičení

1. Uvažujme relaci  $R_1$  danou vlastností „Herec `actor_name` narozený v roce `actor_born` hrál ve filmu `movie_title`.“ a relaci  $R_2$  danou vlastností „Režisér `directory_name` natočil film `movie_title`“. Pomocí relačních operací vytvořte relace, které mají následující charakteristické vlastnosti.
  - (a) „Herec `actor_name` hrál ve filmu `movie_title`.“
  - (b) „V roce `year` se narodil nějaký herec.“
  - (c) „Herec `actor_name` se narodil v roce 1958.“
  - (d) „Herec `actor_name` hrál ve filmu natočeném režisérem `directory_name`.“
  - (e) „Režisér `directory_name` si zahrál v nějakém filmu.“
  - (f) „Režisér `directory_name` si zahrál ve svém filmu.“
  - (g) „Herci `actor_name1` a `actor_name2` si zahráli ve stejném filmu.“
2. Napište výrazy v SQL, které budou mít charakteristické vlastnosti z prvního úkolu. První relace bude v proměnné `actor_cast` a druhá v proměnné `director`.
3. Napište charakteristické vlastnosti následujících relací. Relace  $R_1$  a  $R_2$  jsou vzaty z prvního úkolu.
  - (a)  $\pi_{\{\text{directory\_name}\}}(R_2)$
  - (b)  $\pi_{\{\text{directory\_name}, \text{actor\_born}\}}(R_1 \bowtie R_2)$
  - (c)  $\pi_{\{\text{actor\_name}, \text{movie\_title}\}}(R_1) \bowtie R_2$
  - (d)  $\pi_{\{\text{movie\_title}, \text{movie\_title2}\}}(\rho_{\text{movie\_title2} \leftarrow \text{movie\_title}}(R_2) \bowtie R_2)$
  - (e)  $\pi_{\{\text{actor\_name}\}}(\sigma_{\text{director\_name} = \text{'David Lynch'}}(R_1 \bowtie R_2))$
4. Napište charakteristické vlastnosti následujících SQL výrazů. Proměnné jsme si půjčili z druhého úkolu.
  - (a)

```
SELECT DISTINCT actor_name FROM ( TABLE actor_cast )
```

(b)

```
SELECT * FROM ( TABLE actor_cast )
NATURAL JOIN ( TABLE director )
```

(c)

```
SELECT actor_name AS name,
       actor_born AS born,
       movie_title AS movie_title
FROM ( TABLE actor_cast )
```

(d)

```
SELECT DISTINCT movie_title
FROM ( SELECT *
      FROM ( TABLE actor_cast )
      WHERE actor_born = 1964 )
```

5. Vymezte si část reality určenou vlastněnými filmy a herci, kteří nás zajímají. Položme relaci  $R_1$  z prvního příkladu rovnu:

actor_name	actor_born	movie_title
Keanu Reeves	1964	The Matrix
Keanu Reeves	1964	Dracula
Gary Oldman	1958	Dracula
Terry Jones	1942	Life of Brian
David Lynch	1946	The Fabelmans

a relaci  $R_2$  rovnu:

director_name	movie_title
David Lynch	The Elephant Man
David Lynch	Blue Velvet
Federico Fellini	La Dolce Vita
Steven Spielberg	The Fabelmans
Terry Jones	Life of Brian

Zakreslete tabulkou všechny relace z prvního a třetího úkolu. Určete hodnoty všech výrazů ze čtvrtého úkolu.

6. Co můžeme být výsledkem projekce relace na prázdnou množinu?
7. Dokažte, že projekce  $n$ -tice  $t$  nad  $S_1$  na  $S_2$  je  $n$ -tice nad  $S_2$ .
8. Dokažte, že spojení spojitelných  $n$ -tic  $t_1$  nad  $S_1$  a  $t_2$  nad  $S_2$  je  $n$ -tice nad  $S_1 \cup S_2$ .
9. Ukažte, že obecně  $t_1 \cup t_2$ , kde  $t_1$  a  $t_2$  jsou libovolné  $n$ -tice, nemusí být  $n$ -tice.
10. Dokažte, že pro libovolné relace  $R_1$  a  $R_2$  platí  $R_1 \bowtie R_2 = \{t_1 t_2 \mid t_1 \in R_1 \text{ a } t_2 \in R_2 \text{ a } t_1 \text{ a } t_2 \text{ jsou spojitelné}\}$ .
11. Dokažte, že přejmenování  $n$ -tice  $t$  nad  $S_1$  podle  $h$  je  $n$ -ticí nad  $S_2$ , kde  $h : S_1 \rightarrow S_2$  je přejmenování atributů.
12. Dokažte, že přejmenování relace  $R$  nad  $S_1$  podle  $h$  je relací nad  $S_2$ , kde  $h : S_1 \rightarrow S_2$  je přejmenování atributů.